

Qualitative Aspekte des Standardmodells

H. Leutwyler
Universität Bern

Kantonale Fachschaftstagung Informatik, Mathematik, Physik
Thun, 9. Nov. 2006

Standardmodell

Das Standardmodell ist ein Wunder:

- Seit langem ist bekannt, dass im Mikrokosmos drei verschiedenartige Kräfte am Werk sind:
starke, elektromagnetische, schwache Wechselwirkung
- Haben qualitativ völlig verschiedene Eigenschaften
- Trotzdem werden alle drei durch Eichfelder erzeugt

Inserat der IG Physik, Gesellschaft mit besonderer Haftung, 1973

**Im Falle eines Falles
klebt ein EICHFELD
wirklich alles !**

Bezugsquellennachweis

J.C.Maxwell, A Treatise on Electricity and Magnetism, Clarendon Press, Oxford (1873)

H.Weyl, Z.Phys.56 (1929) 330

C.N.Yang and R.Mills, Phys.Rev.96 (1954) 191

Eichfelder

- Prototyp: elektromagnetisches Feld, Maxwell \sim 1860
überlebte sowohl die Relativitätstheorie als auch
die Quantentheorie ohne jeden Schaden
- Quanten des Felds: Photonen, Einstein 1905

Eichfelder

- Prototyp: elektromagnetisches Feld, Maxwell \sim 1860
überlebte sowohl die Relativitätstheorie als auch die
Quantentheorie ohne jeden Schaden
- Quanten des Felds: Photonen, Einstein 1905
- Quelle des Felds: Ladung

Teilchensprache: $e^- \rightarrow e^- + \gamma$

Eichfelder

- Prototyp: elektromagnetisches Feld, Maxwell \sim 1860 überlebte sowohl die Relativitätstheorie als auch die Quantentheorie ohne jeden Schaden

- Quanten des Felds: Photonen, Einstein 1905

- Quelle des Felds: Ladung

Teilchensprache: $e^- \rightarrow e^- + \gamma$

- Feld erzeugt Kraft zwischen geladenen Teilchen
Wechselwirkungsenergie zwischen zwei Elektronen:

$$V = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} = \alpha_{em} \frac{\hbar c}{r}$$

$$\alpha_{em} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} \simeq \frac{1}{137}$$



Stärke der e.m. Wechselwirkung \leftrightarrow reine Zahl

Eichfeld der starken Wechselwirkung

- Die starke Wechselwirkung beruht auf einem Eichfeld
- Quanten des Felds: “Gluonen” (glue = Klebstoff)

Eichfeld der starken Wechselwirkung

- Die starke Wechselwirkung beruht auf einem Eichfeld
- Quanten des Felds: “Gluonen” (glue = Klebstoff)
- Quarks haben eine innere Quantenzahl

treten in 3 “Farben” auf:

$$u = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix}$$

$$d = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{pmatrix}$$

- Gluonen können Übergänge machen: $u_1 \rightarrow u_2 + G$

Eichfeld der starken Wechselwirkung

- Die starke Wechselwirkung beruht auf einem Eichfeld
- Quanten des Felds: “Gluonen” (glue = Klebstoff)
- Quarks haben eine innere Quantenzahl

treten in 3 “Farben” auf:

$$u = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} \quad d = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{pmatrix}$$

- Gluonen können Übergänge machen: $u_1 \rightarrow u_2 + G$
- Die Farbe ist die Quelle des Gluonfelds
Quarks tragen Farbe \Rightarrow erzeugen ein Gluonfeld
- \Rightarrow Quarks nehmen an der starken Wechselwirkung teil
- Elektronen und Photonen tragen keine Farbe
- \Rightarrow beteiligen sich nicht an der starken Wechselwirkung

Eichfeld der schwachen Wechselwirkung

- Die schwache Wechselwirkung beruht auf einem Eichfeld
- Quanten des Felds: W^+ , W^- , Z

Eichfeld der schwachen Wechselwirkung

- Die schwache Wechselwirkung beruht auf einem Eichfeld
- Quanten des Felds: W^+ , W^- , Z
- Innere Quantenzahl in diesem Fall: Flavour

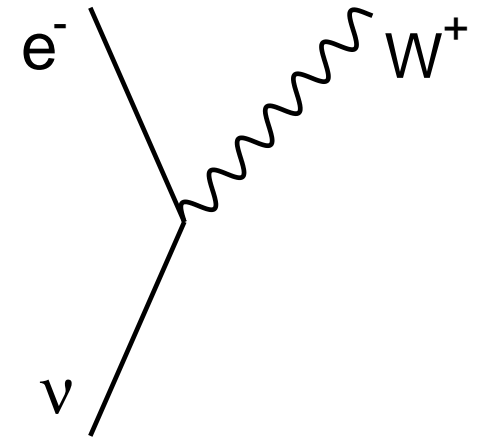
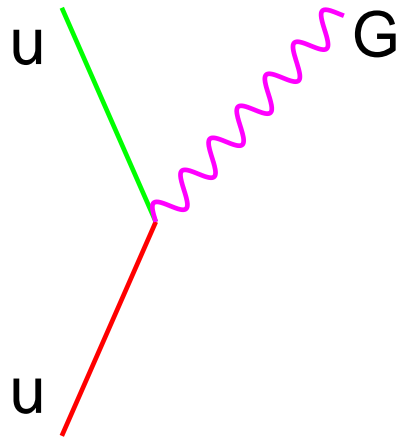
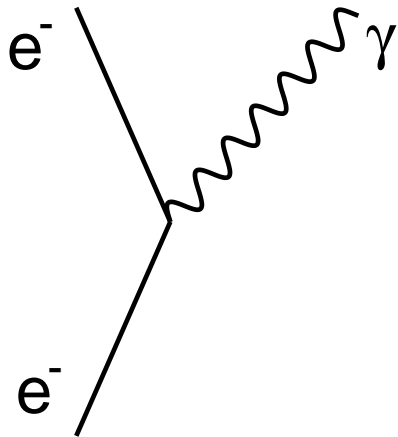
flavour = Geruch, Geschmack \rightarrow Eichfeld des Geruchs ?

e_L und ν_L bilden ein Dublett:
$$\begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix}$$

W^\pm , Z können Übergänge machen: $\nu_L \rightarrow e_L + W^+$

- Der Flavour ist die Quelle des schwachen Eichfelds
Quarks, Elektronen, Neutrini, ... alle tragen Flavour
 \Rightarrow beteiligen sich an der schwachen Wechselwirkung

Eichfelder in der Teilchensprache



elektromagnetisch

QED

Ladung

Photon

stark

QCD

Farbe

Gluonen

schwach

QFD

Flavour

W^\pm, Z

Verhalten bei kleinem Abstand

- Bei kleinem Abstand ($1 \text{ TeV} \leftrightarrow 2 \cdot 10^{-19} \text{ m}$)

sind alle Kräfte proportional zu $\frac{1}{r^2}$

$$V = \text{Konstante} \times \frac{\hbar c}{r} \quad \text{Wechselwirkungsenergie}$$

- Die Konstante ist eine reine Zahl

⇒ Stärke der Wechselwirkungen durch 3 Zahlen bestimmt

Verhalten bei kleinem Abstand

- Bei kleinem Abstand ($1 \text{ TeV} \leftrightarrow 2 \cdot 10^{-19} \text{ m}$)

sind alle Kräfte proportional zu $\frac{1}{r^2}$

$$V = \text{Konstante} \times \frac{\hbar c}{r} \quad \text{Wechselwirkungsenergie}$$

- Die Konstante ist eine reine Zahl

⇒ Stärke der Wechselwirkungen durch 3 Zahlen bestimmt

elektromagnetisch

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c}$$

stark

$$\frac{g_s^2}{4\pi}$$

schwach

$$\frac{g_w^2}{4\pi}$$

⇒ Natur verwendet eine Verallgemeinerung der ED !

- Möglicherweise sind die 3 Wechselwirkungen bei ganz kurzen Abänden (10^{-30} m) sogar gleich stark (GUT)

Warum sind die 3 Wechselwirkungen so verschieden ?

- stark \simeq schwach ??
- $\frac{1}{r}$ – Gesetz beschreibt Kraft mit grosser Reichweite
Sowohl die starke als auch die schwache Wechselwirkung haben kurze Reichweite !
- Photonen sieht man von Auge, Gluonen nicht
etc. etc. etc.

Warum sind die 3 Wechselwirkungen so verschieden ?

- stark \simeq schwach ??
- $\frac{1}{r}$ – Gesetz beschreibt Kraft mit grosser Reichweite
Sowohl die starke als auch die schwache Wechselwirkung haben kurze Reichweite !
- Photonen sieht man von Auge, Gluonen nicht
etc. etc. etc.

Hat zwei Gründe

- Eigenschaften des Vakuums
- Photonen tragen keine Ladung, Gluonen tragen Farbe

Eigenschaften des Vakuums

- Zur Zeit von Torricelli (1608–1647), war das Vakuum ein angsterregender Zustand: **horror vacui**
- Das Nichts nichtet. M. Heidegger
- Das Vakuum ist der Zustand mit der tiefsten Energie
Die Energie bleibt erhalten → Vakuum ist stabil

Eigenschaften des Vakuums

- Zur Zeit von Torricelli (1608–1647), war das Vakuum ein angsterregender Zustand: **horror vacui**
- Das Nichts nichtet. M. Heidegger
- Das Vakuum ist der Zustand mit der tiefsten Energie
Die Energie bleibt erhalten → Vakuum ist stabil
- Eigenschaften des Grundzustands werden durch die Dynamik bestimmt $H|0\rangle = 0$
- ⇒ Das Vakuum ist ein komplizierter Zustand
- Der Zustand mit der tiefsten Energie ist offenbar transparent für Photonen, aber opak für W,Z
- Warum ?

Standardmodell

Vakuum = Kondensat von Higgsteilchen

Standardmodell

Vakuum = Kondensat von Higgsteilchen

- Die Higgsteilchen **tragen keine Ladung**
- ⇒ Photonen bemerken diese gar nicht
- ⇒ Vakuum ist transparent für Photonen

Standardmodell

Vakuum = Kondensat von Higgsteilchen

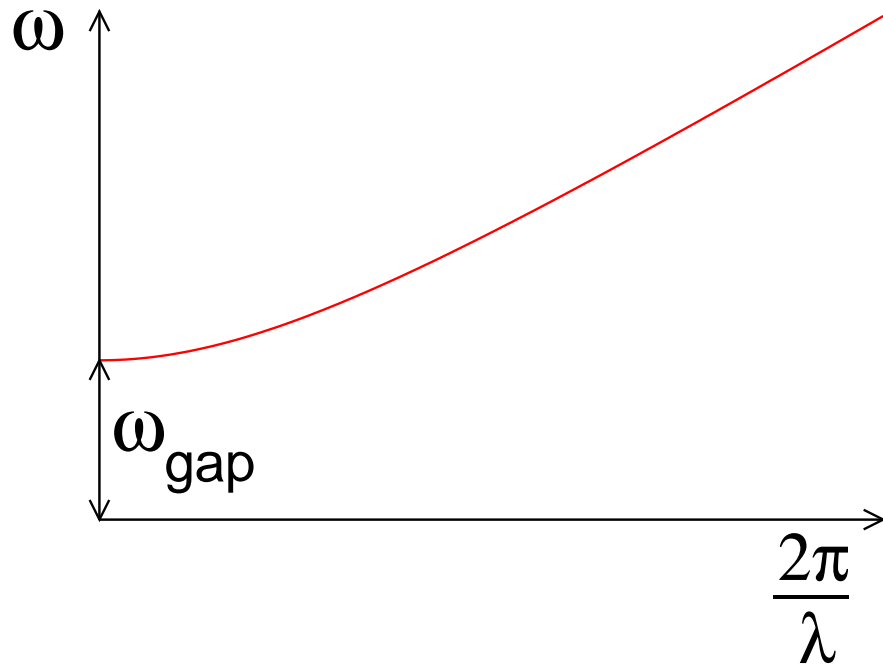
- Die Higgsteilchen **tragen keine Ladung**
 - ⇒ Photonen bemerken diese gar nicht
 - ⇒ Vakuum ist transparent für Photonen
- Die Higgsteilchen **tragen keine Farbe**
 - ⇒ Gluonen bemerken diese gar nicht
 - ⇒ Vakuum ist transparent für Gluonen

Standardmodell

Vakuum = Kondensat von Higgsteilchen

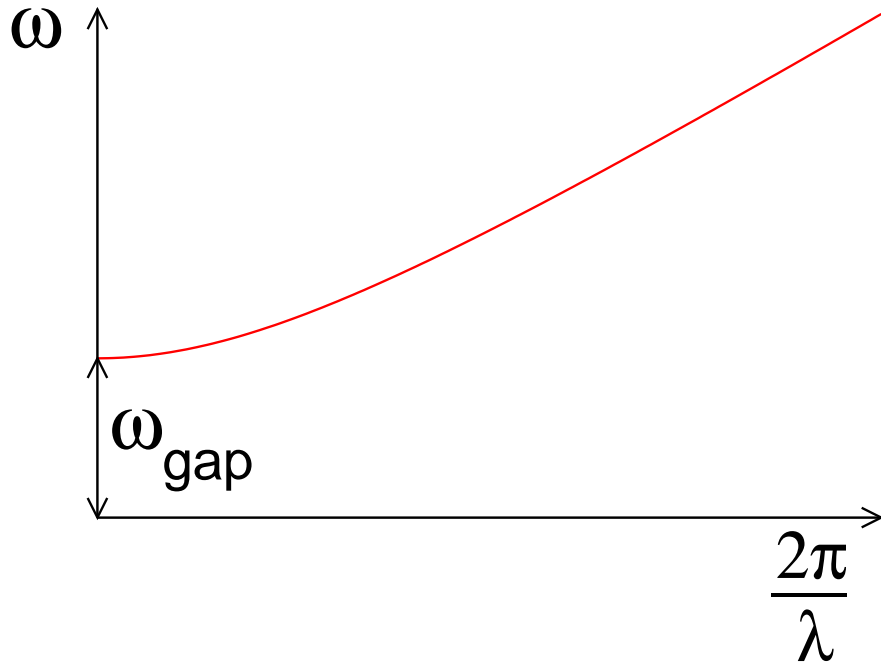
- Die Higgsteilchen **tragen keine Ladung**
 - ⇒ Photonen bemerken diese gar nicht
 - ⇒ Vakuum ist transparent für Photonen
- Die Higgsteilchen **tragen keine Farbe**
 - ⇒ Gluonen bemerken diese gar nicht
 - ⇒ Vakuum ist transparent für Gluonen
- Die Higgsteilchen **tragen flavour**
 - ⇒ W,Z bemerken sie
 - ⇒ W,Z-Wellen tiefer Frequenz können sich im Vakuum nicht ausbreiten
 - ⇒ Für solche Wellen ist das Vakuum opak

Frequenz als Funktion der Wellenzahl



$$\hbar\omega_{\text{gap}} = E_{\text{gap}} = Mc^2$$

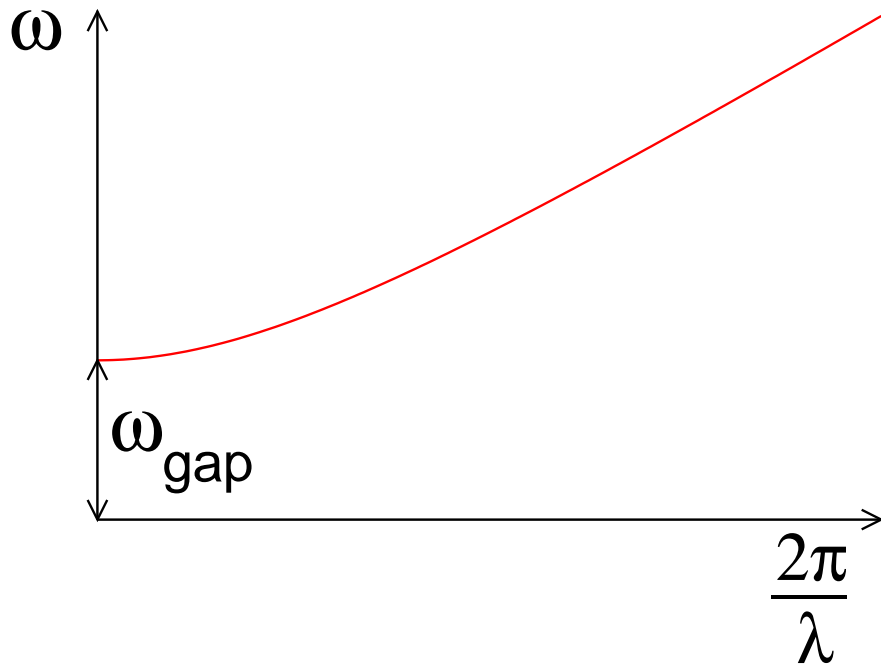
Frequenz als Funktion der Wellenzahl



$$\hbar\omega_{\text{gap}} = E_{\text{gap}} = Mc^2$$

- $M_\gamma, M_G = 0 \Rightarrow \gamma, G$ bewegen sich mit $v = c$
- $M_W, M_Z \neq 0 \Rightarrow W, Z$ bewegen sich mit $v < c$

Frequenz als Funktion der Wellenzahl



$$\hbar\omega_{\text{gap}} = E_{\text{gap}} = Mc^2$$

- $M_\gamma, M_G = 0 \Rightarrow \gamma, G$ bewegen sich mit $v = c$
- $M_W, M_Z \neq 0 \Rightarrow W, Z$ bewegen sich mit $v < c$
- Eindringtiefe bei kleiner Frequenz:

$$d = \frac{\hbar}{Mc} \quad d_W, d_Z \sim 2 \cdot 10^{-18} \text{ m}$$

Konsequenz für Stärke der schwachen Wechselwirkung

- Wechselwirkung wird für $r \gtrsim d$ reduziert:

$$\frac{g_w^2}{4\pi r} \Rightarrow \frac{g_w^2}{4\pi r} \cdot e^{-\frac{r}{d}}$$

Eindringtiefe der schwachen Wechselwirkung ist klein:

$$d = \frac{\hbar}{M_W c} = 2.4542(9) \times 10^{-18} \text{ m}$$

⇒ Schwache Wechselwirkung hat kurze Reichweite

Konsequenz für Stärke der schwachen Wechselwirkung

- Wechselwirkung wird für $r \gtrsim d$ reduziert:

$$\frac{g_w^2}{4\pi r} \Rightarrow \frac{g_w^2}{4\pi r} \cdot e^{-\frac{r}{d}}$$

Eindringtiefe der schwachen Wechselwirkung ist klein:

$$d = \frac{\hbar}{M_W c} = 2.4542(9) \times 10^{-18} \text{ m}$$

⇒ Schwache Wechselwirkung hat kurze Reichweite

- Effektive Stärke bei kleinen Energien:

$$\int d^3 r \frac{g_w^2}{4\pi r} \cdot e^{-\frac{r}{d}} = g_w^2 d^2$$

⇒ Bei kleinen Energien ist die schwache Wechselwirkung schwach

Fermikonstante

- Die erste Formulierung der schwachen Wechselwirkung stammt von Fermi, 1933/34
- Die Fermikonstante gibt ihre effektive Stärke an

Im Standardmodell :

$$G_F = \frac{\hbar c}{4\sqrt{2}} g_w^2 d^2 = \frac{\hbar^3}{4\sqrt{2} c} \frac{g_w^2}{M_W^2}$$

Fermikonstante

- Die erste Formulierung der schwachen Wechselwirkung stammt von Fermi, 1933/34

- Die Fermikonstante gibt ihre effektive Stärke an
Im Standardmodell :

$$G_F = \frac{\hbar c}{4\sqrt{2}} g_w^2 d^2 = \frac{\hbar^3}{4\sqrt{2} c} \frac{g_w^2}{M_W^2}$$

- Experimentelle Werte für G_F und $M_W \Rightarrow$

$$\frac{g_w^2}{4\pi} = \frac{1}{29.461(21)} \quad \text{schwach}$$

Charakterisiert die schwache Wechselwirkung

Fermikonstante

- Die erste Formulierung der schwachen Wechselwirkung stammt von Fermi, 1933/34

- Die Fermikonstante gibt ihre effektive Stärke an
Im Standardmodell :

$$G_F = \frac{\hbar c}{4\sqrt{2}} g_w^2 d^2 = \frac{\hbar^3}{4\sqrt{2} c} \frac{g_w^2}{M_W^2}$$

- Experimentelle Werte für G_F und $M_W \Rightarrow$

$$\frac{g_w^2}{4\pi} = \frac{1}{29.461(21)} \quad \text{schwach}$$

Charakterisiert die schwache Wechselwirkung

- Ist etwa 5 mal **grösser** als die Feinstrukturkonstante

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} = \frac{1}{137.03599911(46)} \quad \text{elektromagnetisch}$$

Konsequenz für Leptonen und Quarks

- Leptonen, Quarks bemerken das Higgskondensat auch
⇒ erhalten eine Masse, wie W^\pm, Z
- t -Quark wechselwirkt sehr stark mit den Higgsteilchen
Elektronen, Neutrini bemerken sie kaum
⇒ $m_t \gg m_e, m_\nu$

Konsequenz für Leptonen und Quarks

- Leptonen, Quarks bemerken das Higgskondensat auch
⇒ erhalten eine Masse, wie W^\pm, Z

- t -Quark wechselwirkt sehr stark mit den Higgsteilchen
Elektronen, Neutrini bemerken sie kaum

⇒ $m_t \gg m_e, m_\nu$

- Das beobachtete Spektrum ist bizarr :

$$m_t = 174.2(3.3) \text{ GeV}$$

⋮

$$m_e = 0.510998892(4) \text{ MeV}$$

Neutrini noch leichter, um Größenordnungen

- Die Massen der Leptonen und Quarks sind völlig unverstanden

Grösse der Atome

$$a_{Bohr} = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{e^2 m_e} = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar c}{e^2} \times \frac{\hbar}{m_e c}$$

- Elektron-Higgs Wechselwirkung ist schwach
⇒ Elektronen erhalten nur wenig Masse

Grösse der Atome

$$a_{Bohr} = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{e^2 m_e} = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar c}{e^2} \times \frac{\hbar}{m_e c}$$

- Elektron-Higgs Wechselwirkung ist schwach

⇒ Elektronen erhalten nur wenig Masse

- e ist eine der 3 Grundkonstanten

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} \simeq \frac{1}{137} \quad \text{ist klein}$$

⇒ Vom Standardmodell her gesehen sind die Atome riesig

Grösse der Atome

$$a_{Bohr} = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{e^2 m_e} = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar c}{e^2} \times \frac{\hbar}{m_e c}$$

- Elektron-Higgs Wechselwirkung ist schwach

⇒ Elektronen erhalten nur wenig Masse

- e ist eine der 3 Grundkonstanten

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} \simeq \frac{1}{137} \quad \text{ist klein}$$

⇒ Vom Standardmodell her gesehen sind die Atome riesig

- Muonen reagieren 200 mal stärker auf das Kondensat

⇒ Muonische Atome sind 200 mal kleiner
aber leben nur 2 Mikrosekunden lang

Eigenschaften des Vakuums – Zusammenfassung

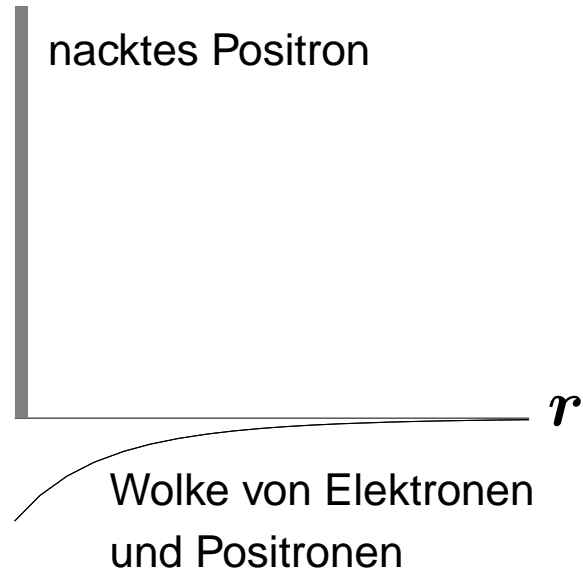
- W , Z reagieren auf die Higgsteilchen im Vakuum
 γ , G bemerken sie nicht
- ⇒ W , Z haben den **horror vacui**
- Leptonen und Quarks auch
einige schrecken mehr davor zurück als andere
- Die Atome sind riesig, weil sich die Elektronen nicht stark einschüchtern lassen
- Rätsel: Gravitationsfeld reagiert auf alle Formen der Energie, warum nicht auf das Higgskondensat ?

Vergleich der elektromagnetischen und starken Wechselwirkungen

- Photonen tragen keine Ladung
 - Gluonen tragen Farbe
- ⇒ Die starke Wechselwirkung verhält sich bei grossen Abständen ganz anders als die elektromagnetische

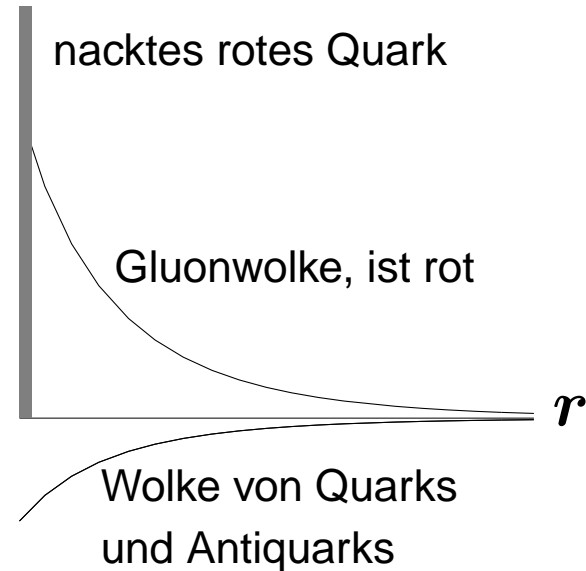
Vergleiche die Struktur der Leptonen und Quarks

QED
Ladungsdichte



$$e < e^0$$

QCD
Farbdichte



$$g_s > g_s^0$$

Vakuum schirmt Ladung ab

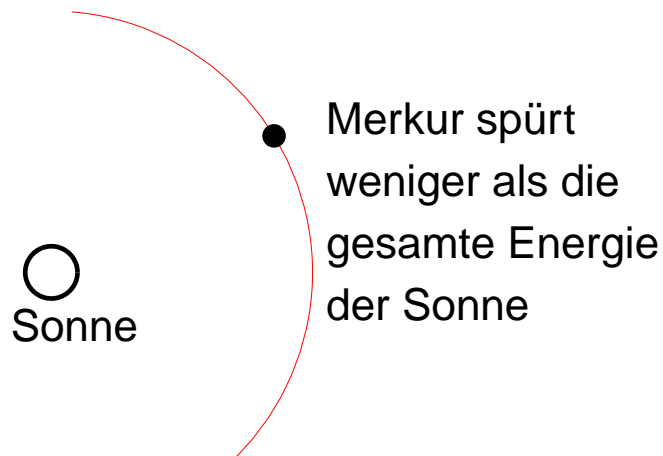
Vakuum verstärkt Farbe

→ Die starke Wechselwirkung polarisiert das Vakuum anders als die elektromagnetische

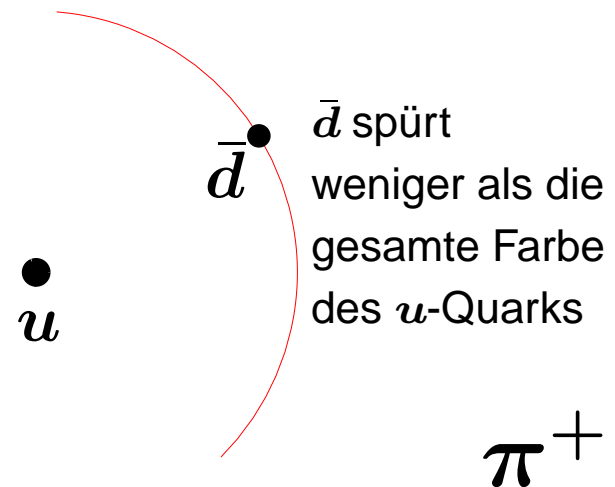
Vergleich mit der Gravitation

- Quelle des Gravitationsfelds: **Energie**
Gravitationsfeld trägt selbst **Energie**
- Quelle des Gluonfelds: **Farbe**
Gluonfeld trägt selbst **Farbe**
- Quelle des elektromagnetischen Felds: **Ladung**
elektromagnetisches Feld trägt **keine Ladung**

Gravitation



starke Wechselwirkung



- Perihelverschiebung : $43'' = 50'' - 7''$ pro J.h.
↑

Konsequenz der Abschirmung/Verstärkung

- Vakuum verstärkt das Gluonfeld
Vakuum schirmt das elektrische Feld ab
- Der Unterschied hat dramatische Konsequenzen: obschon die Lagrangefunktionen von QCD und QED sehr ähnlich sind, verhalten sich die starken und elektromagnetischen Wechselwirkungen bei grossem Abstand ganz verschieden
- Feldenergie eines isolierten Quarks = ∞
nur farbneutrale Zustände haben endliche Energie
⇒ Farbe wird eingesperrt “confinement”
Kernkraft = van-der-Waals-Kraft der QCD
- Feldenergie eines geladenen Teilchens ist endlich
⇒ Ladungen werden nicht eingesperrt

Wechselwirkung bei grossen Abständen, kleinen Energien

QED bleibt schwach

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \simeq \frac{1}{137}$$

Photonen, Leptonen
hängen fast ab

QCD wird stark

$$\frac{g_s^2}{4\pi} \simeq 1$$

Gluonen, Quarks
werden eingesperrt

⇒ In der QED kann das Spektrum der Zustände an der Lagrangefunktion abgelesen werden

⇒ In der QCD haben die Felder in der Lagrangefunktion (Quarks, Gluonen) andere Quantenzahlen als das beobachtete Spektrum (Mesonen, Baryonen)

Dies ist der Grund, weshalb es solange dauerte, bis klar wurde, dass die starke Wechselwirkung durch ein Eichfeld erzeugt wird. Pauli hatte Eichfelder schon in den Dreissigerjahren in Betracht gezogen, aber die Idee bald fallen gelassen, weil er dachte, es müssten sich dann in der Natur neben dem Photon weitere masselose Teilchen zeigen.

Kurze Distanzen, hohe Energien

- Bei kurzen Abständen ist die Störungstheorie auf die QCD anwendbar: tief inelastische Streuung, Quark Jets, Gluon Jets
- Formel für das Potential zwischen u und \bar{u} , gemäss Störungstheorie in führender Ordnung :

$$V = -\frac{4}{3} \frac{g_s^2}{4\pi r}, \text{ with } \frac{g_s^2}{4\pi} = \frac{2\pi}{7 |\ln(r\Lambda_{\text{QCD}})|}$$

Gilt nur bei kurzem Abstand: $g_s \rightarrow 0$ for $r \rightarrow 0$
Logarithmus muss gross sein

- Experimenteller Wert bei $r = \frac{\hbar}{M_Z c} \simeq 2 \cdot 10^{-18}$ m:

$$\frac{g_s^2}{4\pi} = \frac{1}{8.22 \pm 0.11} \Rightarrow |\ln(r\Lambda_{\text{QCD}})| \simeq 8$$

Vergleich der starken und elektromagnetischen Kopplungskonstanten

Wähle $r = \frac{\hbar}{M_Z c} \simeq 2 \cdot 10^{-18} \text{ m}$

Starke Kopplungskonstante : $\frac{g_s^2}{4\pi} = \frac{1}{8.43 \pm 0.14}$

Feinstrukturkonstante : $\frac{e^2}{4\pi} = \frac{1}{128.922 \pm 0.049}$

Ausgezeichnete experimentelle Evidenz für
Skalenabhängigkeit (nicht nur g_s , auch e und g_w)

⇒ Vakuumpolarisation spielt eine zentrale Rolle in unserem
Verständnis der Naturgesetze

Magnetisches Moment des Muons

$$\mu = \frac{e \hbar}{2 m_{\mu}} \quad \text{Dirac}$$

- Quantenfluktuationen erzeugen Korrekturen

$$\mu = \frac{e \hbar}{2 m_{\mu}} \{1 + a\}$$

$2(1 + a)$ heisst auch g -Faktor des Muons

- μ ist zu fantastischer Präzision gemessen:

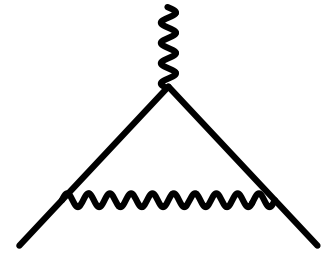
$$a = (11\,659\,208.0 \pm 6.3) \times 10^{-10}$$

- Standardmodell legt den Wert von a fest, aber die Vorhersage ist nur approximativ auswertbar

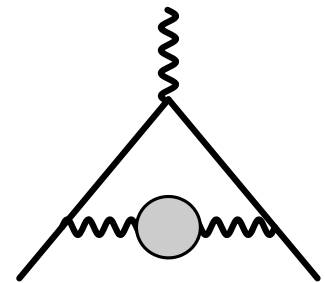
Beitrag der Vakuumpolarisation

- Führende Korrektur:

$$a = \frac{\alpha_{em}}{2\pi} + O(\alpha_{em}^2) \quad \text{Schwinger}$$



- Die Beiträge der $O(\alpha_{em}^2)$ sind auch explizite bekannt, mit Ausnahme des Effekts der hadronischen Vakuumpolarisation



- Beitrag der hvp kann durch den Wirkungsquerschnitt für $e^+e^- \rightarrow \text{Hadronen}$ ausgedrückt werden

Ofenfrische Arbeit dazu, heute auf dem Internet erschienen:
Hagiwara, Martin, Nomura, Teubner hep-ph/0611102

$$10^{10} \times a_{hvp} = 689.4 \pm 4.2_{\text{exp}} \pm 1.8_{\text{rad}}$$

Theoretisches Resultat

- Theoretische “Vorher”sage :

$$10^{10} \times a_{\text{th}} = 11659180.4 \pm 5.1 \quad \text{Hagiwara et al.}$$

⇒ Experiment und Theorie stimmen auf 8 Stellen überein !

- Unterschied zwischen Theorie und Experiment:

$$|a_{\text{exp}} - a_{\text{th}}| = 28.6 \pm 8.1 \times 10^{-10}$$

Macht 3.5 Standardabweichungen aus

Andere Autoren erhalten etwas andere Werte, aber alle liefern eine Diskrepanz von 2 bis 3.5 σ

Zusammenfassung des zweiten Teils

- Photonen tragen keine Ladung
- Gluonen tragen Farbe
- ⇒ Photonen und Gluonen polarisieren das Vakuum ganz unterschiedlich
- Sehr gute experimentelle Evidenz dafür, dass sich das Vakuum so verhält, wie die Feldtheorie dies verlangt